Innovative numerische Methoden zur Simulation geführter Ultraschallwellen

Hauke GRAVENKAMP *, Chongmin SONG **
* BAM Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung, Berlin
** University of New South Wales, Sydney, Australien

Kurzfassung. Geführte Ultraschallwellen bieten eine Vielzahl von Einsatzmöglichkeiten in der Zerstörungsfreien Prüfung, der Zustandsüberwachung sowie der Materialcharakterisierung. Insbesondere für Rohrleitungen und ausgedehnte Plattenstrukturen ist eine Vielzahl von auf geführten Wellen basierenden Verfahren in der Entwicklung und teilweise bereits im Einsatz. Aufgrund des komplexen Ausbreitungsverhaltens geführter Wellen werden numerische Verfahren (etwa die Finite Elemente Methode (FEM) oder die Randelementemethode (BEM)) zur Simulation der Wellenausbreitung sowie der Wechselwirkung mit Defekten in Wellenleitern angewendet. Diese Methoden sind für große Strukturen extrem rechenintensiv und umständlich in der Anwendung. Ein ungleich effizienteres Verfahren wurde kürzlich von den Autoren auf Grundlage der Scaled Boundary Finite Element Method entwickelt. Ein semi-analytischer Ansatz erlaubt die Modellierung beliebig ausgedehnter Strukturen bei extrem kurzen Rechenzeiten. Die Wechselwirkung geführter Wellen mit Rissen kann auf besonders elegante und exakte Weise beschrieben werden. Mit dieser Methode können die komplexen Vorgänge in Wellenleitern innerhalb weniger Sekunden modelliert werden.

Einführung

Geführte Ultraschallwellen können in dünnwandigen Strukturen erzeugt werden, wo die Dicke der Struktur in der Größenordnung der Wellenlänge im betrachteten Frequenzbereich liegt. Entlang solcher Geometrien können sich geführte Wellen über vergleichsweise große Entfernungen ausbreiten. Dabei erstreckt sich das Verschiebungsfeld über die gesamte Dicke beziehungsweise den gesamten Querschnitt. Bereits seit mehreren Jahrzehnten existiert die Idee, diese spezielle Form der Ultraschallausbreitung zur zerstörungsfreien Prüfung von beispielsweise ausgedehnten Plattenstrukturen oder dünnwandigen Rohren auszunutzen. Aufgrund des komplexen Ausbreitungsverhaltens sind die praktischen Anwendungen jedoch noch immer stark limitiert. Geführte Wellen werden in Form verschiedener ausbreitungsfähiger Moden angeregt, deren Anzahl mit der Frequenz schnell ansteigt. Die Moden sind typischerweise stark dispersiv, d.h. ihre Phasen- und Gruppengeschwindigkeiten sind stark frequenzabhängig. Folglich muss in der Anwendung häufig eine komplexe Überlagerung verschiedener Moden berücksichtigt werden. Insbesondere für inhomogene Materialien oder Strukturen mit Querschnittsänderungen sind sowohl die Anwendungen als auch die theoretische Beschreibung mit Schwierigkeiten verbunden. Aus diesen Gründen werden oftmals numerische Verfahren eingesetzt, um das allgemeine Ausbreitungsverhalten geführter Wellen zu analysieren und die Interaktion der Wellenmoden mit Defekten im Material zu simulieren. Die Anwendung klassischer numerischer Methoden wie die Finite Elemente Methode (FEM) oder die Randelementemethode (BEM) kann dabei sehr aufwändig sein und zu langen Rechenzeiten führen. Das liegt insbesondere an der typischerweise großen Ausdehnung der zu untersuchenden Strukturen sowie den hohen Frequenzen und kleinen Wellenlängen im Ultraschallbereich. In den vergangenen Jahren hat ein neueres numerisches Verfahren, die Scaled Boundary Finite Element Method [1], vermehrt Aufmerksamkeit auf sich gezogen. Diese Methode ist aus der Beschreibung unendlicher Gebiete in der Finite Elemente Methode entstanden und kombiniert die wesentlichen Vorteile von FEM und BEM. Basierend auf diesem Verfahren wurden nun spezielle Ansätze zur Simulation geführter Ultraschallwellen entwickelt.

1. Scaled Boundary Finite Element Method

Die Scaled Boundary Finite Element Method (SBFEM) hat sich in den letzten Jahren zu einem sehr allgemeinen Ansatz zur Simulation physikalischer Vorgänge entwickelt. Wie viele andere numerische Verfahren auch handelt es sich letztlich um eine Methode zur approximativen Lösung partieller Differentialgleichungen auf einem Gebiet mit Randbedingungen. Mit der Randelementemethode hat die SBFEM gemeinsam, dass nur der Rand des zu untersuchenden Gebietes diskretisiert werden muss. Diese Diskretisierung des Randes erfolgt jedoch im Sinne klassischer Finite Elemente. Für die Formulierung des Inneren des Gebietes wird ein (semi-)analytischer Ansatz verwendet. Eine wichtige Basis davon ist eine spezielle Koordinatentransformation (Abb. 1). Eine Ortskoordinate im zweidimensionalen Gebiet wird entlang des Randes des Berechnungsgebietes definiert. Die zweite Koordinate wird so skaliert, dass sie überall auf dem Rand eins beträgt und null in einem sogenannten „scaling center“, welches fast beliebig an einem Punkt im Innern des Gebietes gewählt werden kann. Die Grundidee dieser Methode ist nun, dass sich die gesamte Geometrie beschreiben lässt, indem man den Rand in Richtung des scaling centers zusammenzieht. Alternativ kann der Rand auch in entgegengesetzter Richtung weg vom scaling center skaliert werden. So lassen sich auf elegante Art unendlich ausgedehnte Gebiete beschreiben.

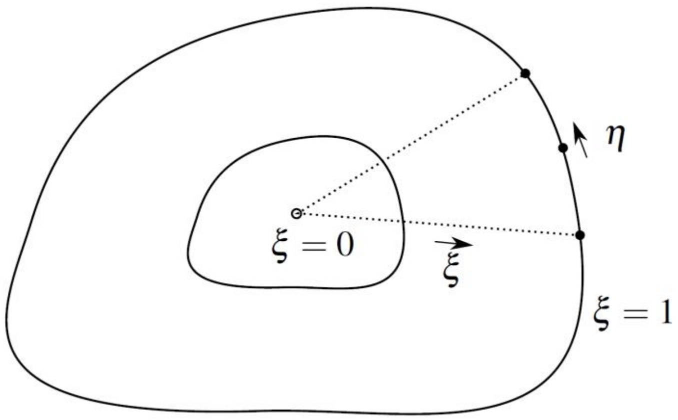

Abbildung 1: Koordinatentransformation in der SBFEM.

2. Anwendung auf geführte Wellen

2.1 Dispersionskurven

Um das allgemeine Ausbreitungsverhalten geführter Wellen in einer gegebenen Struktur kontanten Querschnittes zu modellieren, kann der zuvor erwähnte Ansatz für unendliche Gebiete in abgewandelter Form verwendet werden. Im einfachsten Fall einer Plattenstruktur wird die Dickenrichtung der Platte als zu diskretisierender Rand gewählt [2]. Dieser Rand kann dann mit konstanter Form und Diskretisierung entlang des Wellenleiters skaliert werden, um die gesamte Geometrie zu beschreiben (Abb. 2). Formal handelt es sich um einen Sonderfall der SBFEM mit einer simplen eindimensionalen FEM-Diskretisierung und einem scaling center, das sich im Unendlichen befindet.

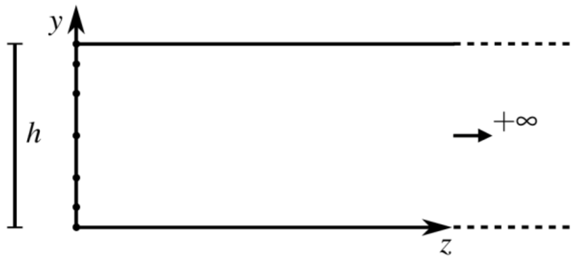

Abbildung 2: Diskretisierung einer unendlich ausgedehnten homogenen Plattenstruktur.

Die mathematische Beschreibung basiert ähnlich wie im Fall klassischer Finite Elemente auf dem Prinzip der virtuellen Arbeit. Als physikalisches Modell werden die Grundgleichungen der linearen Elastodynamik angesetzt. Wie in aktuellen Veröffentlichungen ausführlich hergeleitet wurde [2-4], kann basierend auf diesem Ansatz ein Eigenwertproblem zur Berechnung der Wellenzahlen ausbreitungsfähiger Moden aufgestellt werden. Dieses lässt sich mit Standardverfahren schnell und zuverlässig lösen. Aus den Wellenzahlen können sowohl die Phasengeschwindigkeiten als auch die Gruppengeschwindigkeiten berechnet werden. Die wiederholte Lösung des Eigenwertproblems für verschiedene Frequenzen führt auf die Dispersionskurven der Struktur. Abb. 3 zeigt solche Dispersionskurven exemplarisch für einen unendlich langen Zylinder. Um diesen zu simulieren, kann dieselbe Art der Diskretisierung wie für Plattenstrukturen verwendet werden. Die Dicke entspricht dabei der radialen Richtung in einem zylindrischen Koordinatensystem. Es wurde eine achsensymmetrische Formulierung hergeleitet, die auf ein ähnliches Eigenwertproblem wie für den Fall der unendlichen Platte führt [3].

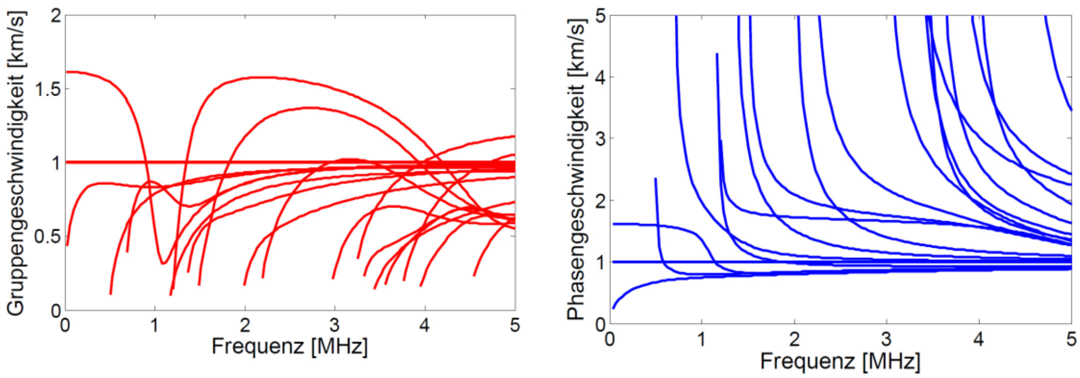

Abbildung 3: Phasen- und Gruppengeschwindigkeiten in einem homogenen Zylinder.

Im allgemeineren Fall eines dreidimensionalen Wellenleiters muss der zweidimensionale Querschnitt mit Finiten Elementen diskretisiert werden [4]. Dessen Geometrie kann prinzipiell beliebig sein. In praktischen Anwendungen weisen die Wellenleiter jedoch häufig geometrische Symmetrien auf, die ausgenutzt werden können, um das zu diskretisierende Gebiet zu reduzieren. So ist es im Fall eines quadratischen Rohres beispielsweise ausreichend, ein Viertel des Querschnittes zu betrachten (Abb. 4). Für die Diskretisierung werden in dieser Arbeit spektrale Elemente sehr hoher Ordnung verwendet. Für den gezeigten Fall kann der gesamte Wellenleiter mit zwei Elementen beschrieben werden.

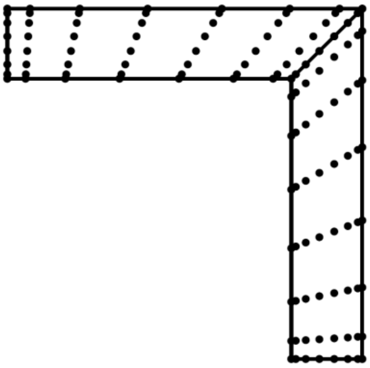

Abbildung 4: Diskretisierung des Querschnittes eines dreidimensionalen Wellenleiters.

Neben den Wellenzahlen der ausbreitungsfähigen Moden erhält man aus der Lösung des Eigenwertproblems unmittelbar auch die Modenformen, d.h. die Verschiebungs- und Dehnungsverteilung auf dem Querschnitt. Die Amplituden des Verschiebungsfeldes einer Mode werden durch den entsprechenden Eigenvektor repräsentiert. Abb. 5 zeigt beispielhaft das Verschiebungsfeld einer Mode in dem quadratischen Rohr.

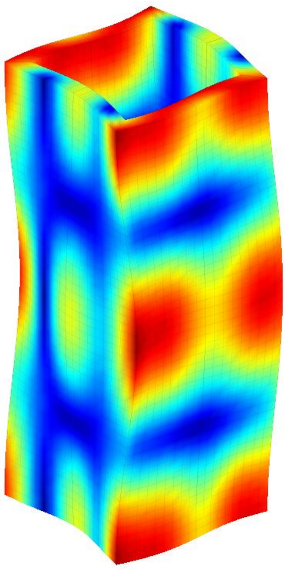

Abbildung 5: Verschiebungsfeld einer Mode im dreidimensionalen Wellenleiter.

Mit der vorgestellten Methode lassen sich unter anderem auch Wellenleiter beschreiben, die in ein umgebenes Medium eingebettet sind. Beispielsweise kann damit Wellenausbreitung in Holzpfählen oder Rohren simuliert werden, die sich (teilweise) unter der Erde befinden [5]. Der Einfluss des umgebenen Mediums wird dabei durch eine einfache Randbedingung approximiert. Diese Randbedingung impliziert, dass das umgebene quasi-unendliche Medium wie ein Dämpfer auf den Wellenleiter wirkt, der seine Ursache in einer Abstrahlung von Energie in das Medium hat.

2.2 Transiente Simulationen

Die Dispersionskurven und zugehörigen Modenformen geben Aufschluss über das Ausbreitungsverhalten der verschiedenen Moden einer gegebenen Struktur. Für eine realistische Beschreibung einer Anwendung ist es jedoch oftmals erforderlich, komplexe Randbedingungen zu implementieren [6]. Beispielsweise wird durch einen auf der Struktur angebrachten Ultraschallwandler ein transienter Schallimpuls mit einem bekannten Frequenzspektrum angeregt. Die Ausbreitung eines solchen Pulses kann ebenfalls mit einer Variante des hier beschriebenen Verfahrens simuliert werden. Es wurde dazu für eine unendlich ausgedehnte Platte eine Steifigkeitsmatrix hergeleitet, die die Reaktion der Struktur auf eine auf die Diskretisierung ausgeübte Kraft beschreibt. Obwohl nach wie vor nur die Dickenrichtung der Platte mit Finiten Elementen diskretisiert ist, kann diese Steifigkeitsmatrix für jede Ortskoordinate der Platte aufgestellt werden. Die Lösung eines einfachen linearen Gleichungssystems führt auf das Verschiebungsfeld innerhalb eines beliebigen Abschnittes der Struktur in Abhängigkeit der Frequenz. Die so erhaltene Antwort des Systems im Frequenzbereich kann mittels Fouriertransformation in den Zeitbereich überführt werden, um die konkrete transiente Ausbreitung des Ultraschallpulses darzustellen. Abb. 6 zeigt die Ausbreitung eines solchen Pulses im Fall einer homogenen Platte. Es wurde ein Gauß-modulierter Sinuspuls an der Stirnseite appliziert. Die Amplitude wurde als linear mit der Dicke ansteigend angesetzt, um die Anregung von sowohl symmetrischen als auch antisymmetrischen Wellenmoden zu forcieren. Der Frequenzbereich ist so niedrig gewählt, dass ausschließlich die beiden fundamentalen Moden angeregt werden. Die beiden Moden zeichnen sich durch stark unterschiedliche Wellenlängen aus, was in Abb. 5 (unten) gut zu erkennen ist. Die erforderliche Rechenzeit, um die Ausbreitung des Pulses in dem gezeigten Bereich vollständig zu simulieren, liegt bei lediglich einer Sekunde.

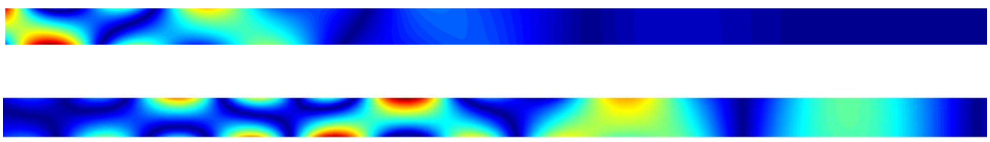

Abbildung 6: Simulierte Wellenausbreitung in einer homogenen Platte: Wellenfeld nahe der Anregung (oben); Ausbreitung zwei verschiedener Moden (unten).

Als zweites Beispiel wurde eine einfache Schichtstruktur, bestehend aus zwei verschiedenen Materialien, simuliert. Für die Diskretisierung wird jeweils ein eindimensionales Element hoher Ordnung für jede Schicht verwendet. Die Frequenz ist diesmal zudem höher gewählt, so dass mehrere stark unterschiedliche Moden ausbreitungsfähig sind. Dies führt zu dem wesentlich komplexeren Ausbreitungsverhalten wie in Abb. 7 dargestellt. Dennoch liegt weiterhin die Rechenzeit in der Größenordnung von einer Sekunde.

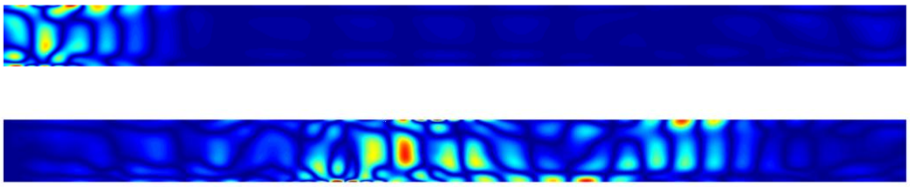

Abbildung 7: Simulierte Wellenausbreitung in einer Schichtstruktur.

3. Fazit

Die Scaled Boundary Finite Element Method hat sich in den vergangenen Jahren als extrem effizientes Verfahren zur Simulation geführter Wellen herausgestellt. Es wurden spezielle Varianten dieser Methode zur Berechnung von Dispersionskurven hergeleitet. Diese lassen sich auf Wellenleiter mit beliebigem Querschnitt anwenden. Zudem kann die Kopplung an ein angrenzendes quasi-unendliches Medium beschrieben werden. Darüber hinaus eignet sich die Methode zur Simulation der Ausbreitung von Ultraschallpulsen im Zeit- und Frequenzbereich. Die Rechenzeiten sind dabei extrem kurz verglichen mit traditionellen Finite Elemente Methoden.

Referenzen

[1] Song, C., & Wolf, J. P. (1997). The scaled boundary finite-element method - alias consistent infinitesimal finite-element cell method - for elastodynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, *147*, 329–355.

[2] Gravenkamp, H., Song, C., & Prager, J. (2012). A numerical approach for the computation of dispersion relations for plate structures using the scaled boundary finite element method. *Journal of Sound and Vibration*, *331*, 2543–2557.

[3] Gravenkamp, H., Birk, C., & Song, C. (2014). The computation of dispersion relations for axisymmetric waveguides using the Scaled Boundary Finite Element Method. *Ultrasonics*, *54*(5), 1373–1385.

[4] Gravenkamp, H., Man, H., Song, C., & Prager, J. (2013). The computation of dispersion relations for three-dimensional elastic waveguides using the Scaled Boundary Finite Element Method. *Journal of Sound and Vibration*, *332*, 3756–3771.

[5] Gravenkamp, H., Birk, C., & Song, C. (2014). Computation of dispersion curves for embedded waveguides using a dashpot boundary condition. *Journal of the Acoustical Society of America*, *135*(3), 1127–1138.

[6] Gravenkamp, H., Prager, J., Saputra, A. A., & Song, C. (2012). The simulation of Lamb waves in a cracked plate using the scaled boundary finite element method. *Journal of the Acoustical Society of America*, *132*(3), 1358–1367.