

# Abschätzung der Ist-Abmessungen eines Körpers anhand seiner zerstörungsfrei bestimmten Eigenfrequenzen mit multipler Regressionsanalyse

Matthias HEINRICH\*, Barbara GRABOWSKI\*\*, Ute RABE\*, Sigrun HIRSEKORN\*

\* Fraunhofer-Institut für Zerstörungsfreie Prüfverfahren IZFP, Saarbrücken

\*\* Hochschule für Technik und Wirtschaft des Saarlandes, Saarbrücken

## Kurzfassung

Die oftmals auch als Klangprüfung bezeichnete akustische Resonanzanalyse ist ein zerstörungsfreies, integrales und volumenorientiertes Prüfverfahren, das eine 100 %-Überwachung metallischer oder keramischer Komponenten in einer Serienfertigung ermöglicht. Die akustische Resonanzanalyse bestimmt u. a. die von der Geometrie und den Materialeigenschaften abhängigen Eigenfrequenzen eines Prüfobjekts experimentell als Prüfgrößen. Unter Berücksichtigung der ermittelten Werte wird das betrachtete Teil schließlich auf Basis einer empirischen Kalibrierung als „in Ordnung“ oder als „fehlerhaft“ klassifiziert.

In der Regel variieren jedoch die exakten Materialeigenschaften und die exakten geometrischen Abmessungen nominell gleicher Serienteile, z. B. aufgrund zufälliger fertigungstechnologischer Einflüsse. Dies hat zur Folge, dass sich auch Teile ohne relevante Defekte geringfügig hinsichtlich ihrer Eigenfrequenzen unterscheiden. Die durch Defekte bedingten Eigenfrequenzänderungen können somit durch den Einfluss zufälliger Geometrie- und Materialabweichungen überlagert werden. Defekte Teile werden daher unter Umständen nicht zuverlässig als fehlerhaft erkannt oder Gut-Teile werden wegen ungünstiger Geometrie- oder Materialschwankungen aussortiert.

Um dieser Problematik entgegenzuwirken, wurden Untersuchungen zur Kompensation solcher zufälligen Störeinflüsse durchgeführt. Im Rahmen dieses Beitrags wird exemplarisch gezeigt, inwiefern die exakte Geometrie eines zufällig aus einer Grundgesamtheit ausgewählten Teils ohne Defekte mit Hilfe seiner Eigenfrequenzen abgeschätzt werden kann. Die Ausführungen dazu erfolgen anhand von vereinfachten, virtuellen Pleuelstangen mit konstanten Materialeigenschaften. Die (jeweils 8) zufallsbehafteten Ist-Abmessungen der Teile wurden mit unabhängigen Zufallszahlen beschrieben. Die (jeweils ersten 17) davon abhängigen Eigenfrequenzen der Teile wurden numerisch mit der Finite-Elemente-Methode ermittelt. Mit multipler linearer Regressionsanalyse konnten unter Berücksichtigung der Ist-Abmessungen sowie der Eigenfrequenzen zahlreicher Pleuelstangen geeignete Zusammenhänge zur Abschätzung der Geometrie ermittelt werden. Die resultierenden Zusammenhänge wurden an weiteren, bisher nicht einbezogenen Teilen überprüft.



# Abschätzung der Ist-Abmessungen eines Körpers anhand seiner zerstörungsfrei bestimmten Eigenfrequenzen mit multipler Regressionsanalyse

Matthias HEINRICH<sup>†</sup>, Barbara GRABOWSKI<sup>\*\*</sup>, Ute RABE<sup>†</sup>, Sigrun HIRSEKORN<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Fraunhofer IZFP, Saarbrücken; <sup>\*\*</sup> Hochschule für Technik und Wirtschaft des Saarlandes, Saarbrücken

## Einfluss zufälliger Geometrievariationen auf die Eigenfrequenzen virtueller Bauteile

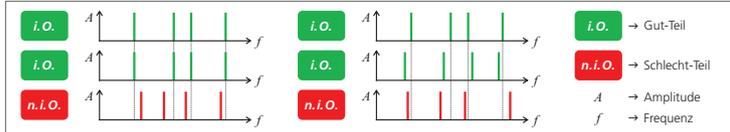
### Zerstörungsfreie Prüfung anhand des Eigenschwingungsverhaltens:

- Jeder Körper schwingt in Folge einer geeigneten äußeren Anregung bevorzugt bei seinen Eigenfrequenzen, wobei zu jeder Eigenfrequenz eine charakteristische Eigenschwingungsform (Eigenmode) gehört. Sowohl die **Eigenfrequenzen** als auch die Eigenmoden eines frei schwingbar gelagerten Körpers hängen maßgeblich von seiner **Geometrie** und seinen **Materialeigenschaften** ab.
- Auch **strukturelle Defekte** wie Risse beeinflussen die Eigenfrequenzen eines Körpers. Somit können fehlerhafte Teile prinzipiell anhand ihrer Eigenfrequenzen mit akustischer Resonanzanalyse (ART) erkannt werden. Dabei wird jedes Prüfobjekt unter Berücksichtigung seiner Eigenfrequenzen sowie einer Kalibrierung des Prüfsystems an zahlreichen Gut- und Schlecht-Teilen als »in Ordnung« oder als »fehlerhaft« klassifiziert.

### Einfluss von fertigungsprozessbedingten Bauteilvariationen auf die Eigenfrequenzen:

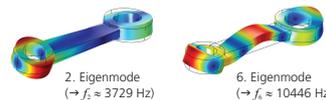
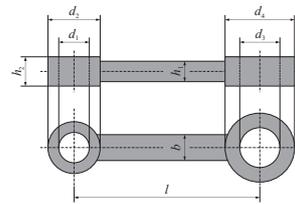
- In der Regel variieren die Materialeigenschaften und Abmessungen nominell gleicher Serienteile. Somit unterscheiden sich entsprechende Teile ohne relevante Defekte auch hinsichtlich ihrer Eigenfrequenzen.
- Die durch signifikante Defekte bedingten Eigenfrequenzänderungen können durch den Einfluss zufälliger Geometrie- oder Materialabweichungen überlagert werden. Daher werden fehlerhafte Teile ggf. nicht zuverlässig erkannt bzw. Gut-Teile wegen ungünstiger Geometrie- oder Materialschwankungen aussortiert.

### Vergleich schematischer Spektren von Teilen ohne Bauteilvariationen (links) bzw. Teilen mit Bauteilvariationen (rechts)



### Virtuelle Bauteile:

- Betrachtung von insgesamt 800 virtuellen Pleuelstangen mit 8 unabhängigen Geometrieparametern sowie homogen-isotropen Materialeigenschaften; Vergabe fortlaufender Teilnummern
- Berücksichtigung zufälliger Geometrievariationen durch Beschreibung sämtlicher Ist-Abmessungen der Teile mit unabhängigen Zufallszahlen (normalverteilt → Erwartungswert, Standardabweichung)
- Keine Berücksichtigung von Materialvariationen (→ konstante Materialeigenschaften) und Defekten
- Ermittlung der jeweils ersten 17 Eigenfrequenzen der Teile mittels Finite-Elemente-Berechnungen



Geometrie-parameter	Parameter zur Beschreibung der Ist-Abmessungen mittels Zufallszahlen	
	Erwartungswert	Standardabweichung
$d_1$	18 mm	0,15 mm
$d_2$	30 mm	0,20 mm
$d_3$	24 mm	0,15 mm
...	...	...
$l$	100 mm	0,40 mm
$b$	18 mm	0,20 mm

Materialeigenschaft	Wert
Elastizitätsmodul	210 GPa
Dichte	7850 kg/m <sup>3</sup>
Poissonzahl	0,3

## Methodische Vorgehensweise

Software: MATLAB, COMSOL Multiphysics

### Ziel und Lösungsweg:

- Langfristiges Ziel:** Verringerung der Fehlklassifikationswahrscheinlichkeit bei der ART (→ Kompensation der Auswirkungen zufälliger Bauteilvariationen)
- Ziel der Arbeit:** Untersuchung und Beschreibung der Abhängigkeiten zwischen den Ist-Abmessungen und den Eigenfrequenzen exemplarischer Teile
- Lösungsweg:** Ermittlung von Zusammenhängen zwischen den Ist-Abmessungen bzgl. der Geometrieparameter (Zielgrößen) und den Eigenfrequenzen zahlreicher Teile mit linearer Regressionsanalyse

### 1) Datenerzeugung (für alle Teile)

Erzeugung von Zufallszahlen  
→ Beschreibung der Ist-Abmessungen  $y_i$   
FE-Eigenfrequenzberechnungen  
→ Ermittlung der Eigenfrequenzen  $f_{i,j}$   
→ Wiederholte Durchführung unter Berücksichtigung der Zufallszahlen  
Sortierung der Daten  
→ 800 x 17-Matrix + Spaltenvektor  


### 2) Kalibrierung (für die Kalibrierteile)

Multiple lineare Regressionsanalyse  
→ Modellgleichung  
$$y_i = \alpha_0 + \sum_{j=1}^8 \alpha_j \cdot f_{i,j} + \epsilon_i$$
  
→ Schätzung der Modellparameter  $\alpha_0$  und  $\alpha_j$  (Methode der kl. Quadrate)  
→ Schrittweiser Algorithmus  

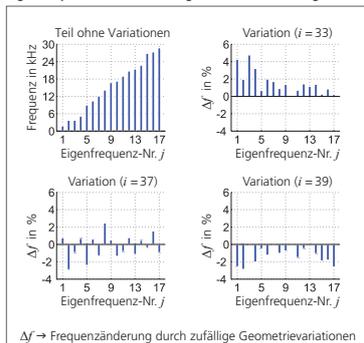

### 3) Validierung (für die Validierteile)

Bewertung der Zusammenhänge  
→ Berechnung geschätzter Abmessungen  $\hat{y}_i$  mit Hilfe der Modellparameter  
→ Berechnung der Fehler zw.  $y_i$  und  $\hat{y}_i$   
→ Diagramme  
→ Kennwerte (Bestimmtheitsmaß, mittlerer bzw. größter Fehler etc.)  
→ Fazit zur Vorgehensweise  

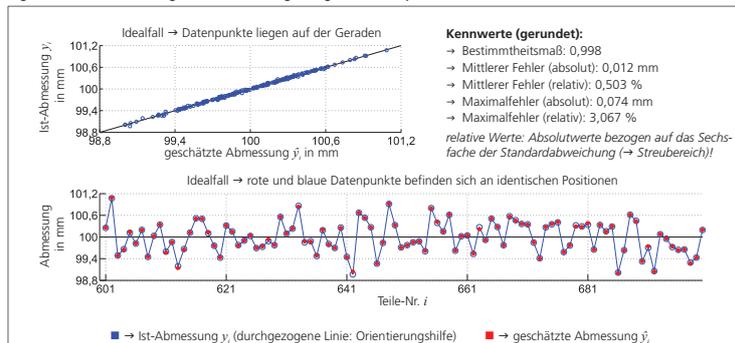

Symbol	Bedeutung ( $y$ → beliebiger Parameter)
$i$	Teile-Nummer → $i = 1, \dots, 800$
$y_i$	<b>Geometrieparameter der Pleuelstangen</b>
$y_i$	<b>Ist-Abmessung</b> des $i$ -ten Teils bzgl. $y$
$\hat{y}_i$	<b>Geschätzte Abmessung</b> des $i$ -ten Teils bzgl. $y$
$j$	Eigenfrequenz-Nummer → $j = 1, \dots, 17$
$f_{i,j}$	$j$ -te <b>Eigenfrequenz</b> des $i$ -ten Teils
$\epsilon_i$	Störgröße für das $i$ -te Teil
$\alpha_0$ und $\alpha_j$	Modellparameter (Konstante, Faktoren)

## Exemplarische Ergebnisse & Schlussfolgerungen

### Eigenfrequenzvariationen ausgewählter Pleuelstangen



### Ergebnisse der Abschätzung der Ist-Abmessungen bzgl. Geometrieparameter $l$



### Zusammenfassung und Schlussfolgerungen:

- Kennwerte aller 8 Geometrieparameter:**
  - Bestimmtheitsmaß > 0,994
  - Mittlerer Fehler (absolut) < 0,013 mm
  - Mittlerer Fehler (relativ) < 0,861 %
  - Maximalfehler (absolut) < 0,074 mm
  - Maximalfehler (relativ) < 5,941 %
- Hohe Maximalfehler → oft Teile mit min. einer »extremen« Abmessung (außerhalb des Kalibrierbereichs)
- Optimierung durch Berücksichtigung weiterer Terme im Modell möglich (→ paarweise Produkte)
- Abhängigkeit zwischen Geometrie und Eigenfrequenzen näherungsweise linear darstellbar**
- Weiteres Vorgehen:**
  - Grenzen des Verfahrens
  - Verwendung weiterer statistischer Methoden
  - Übertragbarkeit auf Realteile