

# Innovative EMUS-Wandlerentwicklungen für neue Prüfaufgaben

Frank NIESE \*, Patrick JÄCKEL \*, Michael HANS \*, Peter HERRMANN \*  
\* Fraunhofer-Institut für Zerstörungsfreie Prüfverfahren IZFP, Saarbrücken

**Kurzfassung.** Die elektromagnetische Ultraschall (EMUS) Technik bietet gegenüber der konventionellen piezoelektrischen Ultraschall-Technik den entscheidenden Vorteil, dass besonders gut Transversalwellen als Volumenwellen sowie modenreine geführte Wellen als Platten-, Oberflächen-, Stab- oder Rohrwellen angeregt und abgegriffen werden können. Dadurch wird diese Technik auch für den Einsatz in der langreichweitigen Ultraschallprüfung sehr interessant. Hinzu kommt außerdem, dass ohne Koppelmittel und somit berührungsfrei gearbeitet werden kann.

In diesem Beitrag werden jüngste Entwicklungen bei EMUS-Wandlern für unterschiedliche Prüfaufgaben und Anwendungen vorgestellt: Wandlerkonzepte, Prototypen und Messergebnisse. Dabei werden Anwendungsbeispiele aus den Bereichen langreichweitige Ultraschallprüfung/ geführte Wellen, Werkstoffcharakterisierung sowie Kombinationstechniken gezeigt.

## 1. Einführung

Die elektromagnetische Ultraschall (EMUS) Technik bietet gegenüber der konventionellen piezoelektrischen Ultraschall-Technik den entscheidenden Vorteil, dass besonders gut Transversalwellen als Volumenwellen sowie modenreine geführte Wellen als Platten-, Oberflächen-, Stab- oder Rohrwellen angeregt und abgegriffen werden können. Hinzu kommt außerdem, dass ohne Koppelmittel und somit berührungsfrei gearbeitet werden kann. Diese Eigenschaft hat besonders bei empfindlichen Oberflächen, die nicht verschmutzt werden dürfen, und an heißen oder kalten Komponenten eine anwendungstechnische Relevanz. Aber auch bei beschichteten Prüfobjekten kann diese Eigenschaft vorteilhaft eingesetzt werden, da die Ultraschallsignale direkt im (metallischen) Prüfobjekt angeregt werden und nicht durch die Beschichtung ein- bzw. ausgekoppelt werden müssen. Aufgrund der insgesamt niedrigeren Wandlungseffizienz der EMUS-Technik gegenüber der konventionellen piezoelektrischen Ultraschalltechnik sind besondere Anpassungen und Optimierung an das jeweilige Prüfproblem notwendig, um beste Ergebnisse zu erzielen.

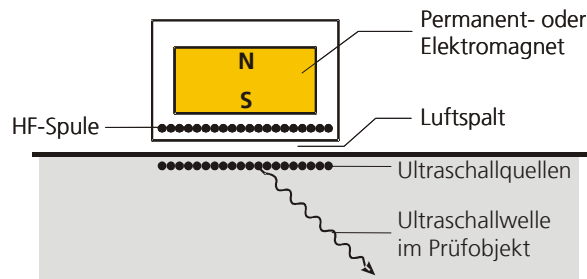
Im Gegensatz zu einem piezoelektrischen Prüfkopf werden beim elektromagnetischen Ultraschall über elektromagnetische Wechselwirkungen Ultraschallquellen direkt im elektrisch leitenden Prüfobjekt induziert, die als Ausgangspunkt von Ultraschallwellen in der Komponente wirken [1, 2]. Die wesentlichen Wechselwirkungsbeträge liefern:

- die Lorentzkraft, hervorgerufen durch die Wechselwirkung zwischen induzierten Wirbelströmen und statischen oder quasistatischen Magnetfeldern,
- die Magnetostriktion, der piezomagnetische Effekt.



Während die Kopplung über die Lorentzkraft in allen elektrisch leitenden Materialien auftritt, ist die Magnetostriktion nur in ferromagnetischen Werkstoffen anzutreffen. Da die Ultraschallwelle im Prüfobjekt erzeugt wird, ist kein Koppelmedium notwendig und der EMUS-Prüfkopf darf sogar mit einem schmalen Luftspalt zur Testkörperoberfläche beabstandet sein (Abbildung 1).

Die wesentlichen Bestandteile eines EMUS-Wandlers sind eine Magnetisierungseinrichtung, bestehend aus Permanentmagneten oder Elektromagneten, und eine oder mehrere speziell geformte HF-Spulen, die im Sendefall dynamische elektromagnetische Felder in der Oberflächenregion eines leitenden Prüfobjekts induzieren. Im Empfangsfall werden in der Spule elektrische Spannungsimpulse induziert, die der Ultraschallamplitude proportional sind (Abbildung 1). Die Auslegung und Ausgestaltung eines EMUS-Wandlers hängt von den anzuregenden und zu detektierenden elastischen Wellenmoden ab.



**Abbildung 1.** schematische Aufbau eines EMUS-Wandlers

## 2. Anwendungsbeispiele

### 2.1 Senkrechteinschallung linear polarisierter Transversalwellen mit variabler/einstellbarer Polarisationsrichtung

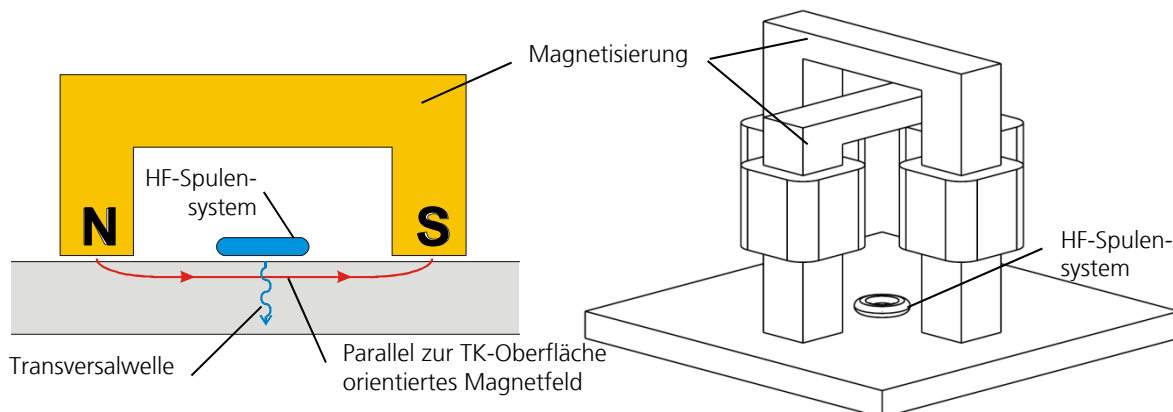
#### 2.1.1 Problemstellung

Zur zerstörungsfreien Werkstoffprüfung sowie zur Beurteilung von Werkstoffzuständen, wie Texturen oder inneren Spannungen, können linear polarisierte transversale Ultraschallwellen genutzt werden. Dazu ist es notwendig die Polarisationsrichtung parallel und senkrecht zur Vorzugsrichtung auszurichten. Dies wird dadurch erreicht, dass der Prüfkopf und damit verbunden die Polarisationsrichtung der linear polarisierten Transversalwelle gegenüber dem Prüfobjekt gedreht werden. Nur dann kann die Wechselwirkung der Ultraschallwellen mit dem anisotropen Material optimal ausgenutzt und ausgewertet werden.

Für andere Prüfaufgaben kann durch die Drehung die Polarisationsrichtung so eingestellt werden, dass optimale Ausbreitungsbedingungen (zum Beispiel in Gusseisen) vorliegen. Auch kann die Orientierung senkrecht von der Oberfläche ins Werkstoffinnere verlaufenden Rissen bestimmt werden. Dabei ist es für die Untersuchung notwendig, dass der Prüfkopf zur Änderung der Polarisierung der Transversalwelle gedreht werden muss. Das bedeutet besonders für eine automatisierte Prüfung Manipulations- und Handhabungsaufwand. Zusätzlich schränken bewegte Elemente in rauer Industrieumgebung immer wieder die Zuverlässigkeit einer Anlage oder Einrichtung ein. Auch ist nicht immer gewährleistet, dass bei der Drehung des Prüfkopfes die Position auf dem Prüfobjekt exakt eingehalten wird.

### 2.1.2 Lösung

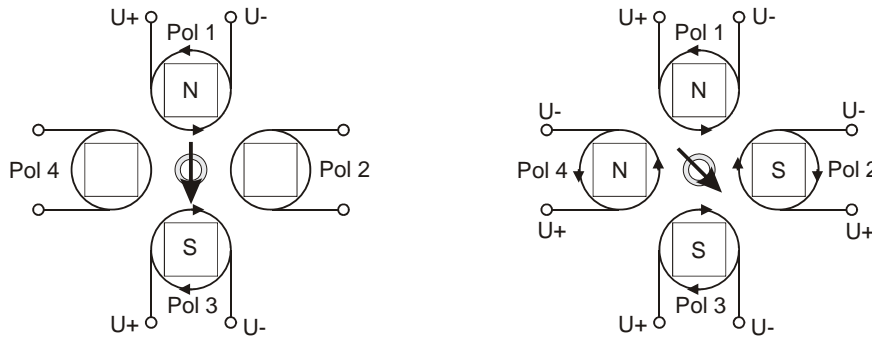
In einem ferromagnetischen Werkstoff werden mit einem magnetostruktiv arbeitenden EMUS-Wandler transversal polarisierte Ultraschallwellen angeregt und detektiert. Er besteht aus einer Magnetisierungseinheit und einem HF-Spulensystem (Abbildung 2 links). Die Magnetisierungseinheit erzeugt oberflächennah, im Sensor zugewandten Bereich des Testkörpers ein parallel zur Oberfläche orientiertes Magnetfeld. Zur Magnetisierung können Permanentmagnete oder Elektromagnete, die mit Gleichstrom oder mit niederfrequentem Wechselstrom betrieben werden, eingesetzt werden. Das HF-Spulensystem kann aus einer oder mehreren Spulen bestehen. Im Sendefall wird eine HF-Spule mit einem leistungsstarken HF-Burst-Signal beaufschlagt. Dadurch wird ein hochfrequentes elektromagnetisches Feld erzeugt, das das parallel zur Testkörperoberfläche ausgerichtete Feld der Magnetisierungseinrichtung moduliert. Aufgrund der Magnetostruktion in ferromagnetischen Werkstoffen kommt es durch die Modulation zu oszillierenden Kräften im oberflächennahen Bereich der Testkörpers, die als Quellen für Ultraschallsignale dienen. Im Empfangsfall laufen die reziproken Vorgänge ab [3]. Die Polarisationsrichtung einer auf dieser Art angeregten linear polarisierten Transversalwelle ist parallel zur Magnetisierungsrichtung ausgerichtet. Um die Polarisationsrichtung zu drehen, muss man also die Richtung des parallel zur Oberfläche des Prüfobjektes ausgerichteten Magnetfeldes ändern. Damit die Drehung des Magnetfeldes ohne eine mechanische Bewegung der Magnetisierungseinrichtung vorgenommen werden kann, wird das benötigte Magnetfeld im Werkstück durch gekreuzte Magnetjochs erzeugt (Abbildung 2 rechts). An den Jochschenkeln befinden sich Spulen, die separat angesteuert werden können.



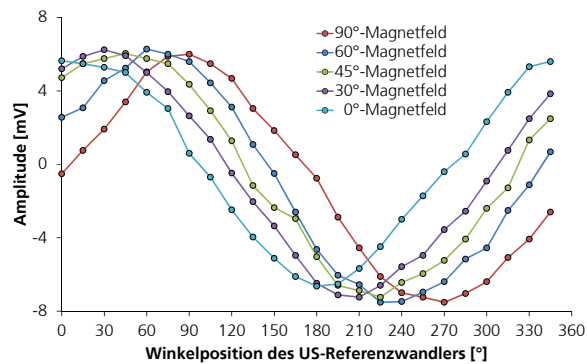
**Abbildung 2.** magnetostruktiv arbeitender EMUS Wandler für transversal polarisierte Ultraschallwellen mit senkrechter Einschallrichtung (links) und Ausführungsbeispiel mit zwei gekreuzten Jochen (rechts)

Die Ansteuerung der Magnetisierungsspulen zur Änderung der Orientierung des Magnetfeldes im Testkörper am Ort der HF-Spule wird anhand der Abbildung 3 erläutert. Beide Abbildungen zeigen eine schematische Ansicht von unten auf die Magnetisierungseinrichtung durch den Testkörper hindurch. Die einzelnen, dem Testkörper zugewandten Pole sind im Uhrzeigersinn durchnummeriert. Werden, wie in Abbildung 3 (links) gezeigt, die Magnetspulen der Pole 1 und 3 jeweils an eine Spannung angeschlossen, ergibt sich an Pol 1 ein magnetischer Nordpol und an Pol 3 ein magnetischer Südpol. Damit stellt sich im Testkörper ein Magnetfeld in senkrechter Richtung ein. Um eine schräge Ausrichtung des Magnetfeldes im Testkörper zu erhalten müssen alle vier Magnetspulen angeschlossen werden. Durch die Überlagerung der resultierende Magnetfelder mit den Einstellungen aus Abbildung 3 (rechts) erhält man dann ein Feld im  $45^\circ$ -Winkel. Durch eine entsprechende Gewichtung der Spulenströme in den Polen 1 bis 4 können beliebige Magnetfeldrichtungen eingestellt werden.

Abbildung 4 zeigt eine Labormuster-Prüfkopf, der eine Drehung der Polarisationsrichtung zulässt (links), und die Amplitudenverteilung des Transmissionssignals in einer 20 mm Stahlplatte (rechts). Der Referenzempfänger wurde an der Plattenunterseite angebracht. Zur Variation der Polarisationsrichtung wurde er ortsfest schrittweise um 360° gedreht. Das Amplitudenmaximum deckt sich sehr gut mit der eingestellten Richtung des eingestellten horizontalen Magnetfeldes.



**Abbildung 3.** Ansteuerung der Magnetspulen: Blick von unten auf die Magnetisierungsanordnung durch den Testkörper, die resultierende Feldrichtung ist durch den Pfeil angedeutet



**Abbildung 4.** Labormuster-Prüfkopf (links) und Amplitudenverteilung für verschiedene Polarisationsrichtungen des Referenzempfängerwandlers (rechts) und eingestellte Magnetisierungsrichtungen

## 2.2 EMUS-Empfänger für Longitudinalwellen

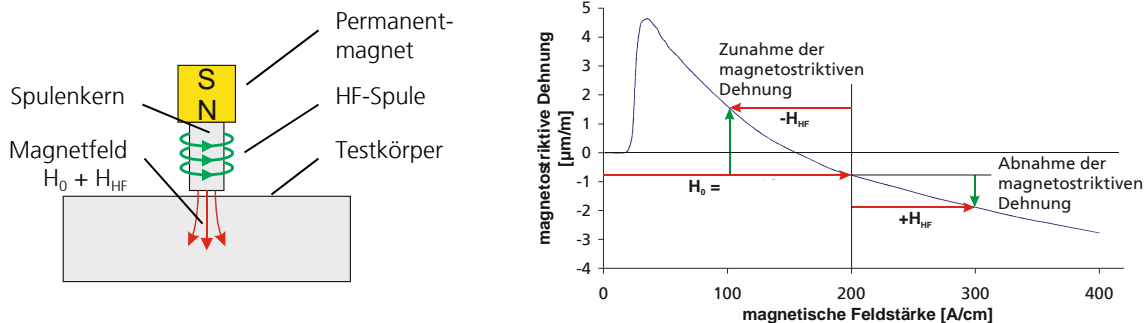
### 2.2.1 Problemstellung

Die Anregung bzw. der Empfang von longitudinal polarisierten, senkrecht zur Testkörperoberfläche sich ausbreitenden Ultraschallwellen ist mit der EMUS-Technik schwierig: Will man Lorentzkkräfte nutzen, wirkt in ferromagnetischen Prüfobjekten die magnetische Kraft der Lorentzkraft entgegen und vermindert so die Effektivität. Zum anderen ist eine hohe horizontale statische Magnetisierung notwendig. Eine entsprechende Magnetisierungseinrichtung ist relativ voluminös. Und in nicht-magnetischen Werkstoffen wird der ganze Raum zwischen den Polschuhen vom Magnetfeld erfüllt, so dass die horizontale Feldstärke an der Testkörperoberfläche, dort wo eine möglichst hohe Feldstärke benötigt wird, abnimmt. Auf der anderen Seite erzeugt eine starke Magnetisierungseinrichtung bei ferromagnetischen Testkörpern hohe bis sehr hohe Anzugskräfte, dadurch werden massive Aufhängungen benötigt, die in der Lage sind die Kräfte abzufangen und das Sensorsystem über den Testkörper bewegen zu können. Aus der Literatur sind verschiedene Wandlerkonzepte nach dem Lorentzprinzip bekannt [4, 5].

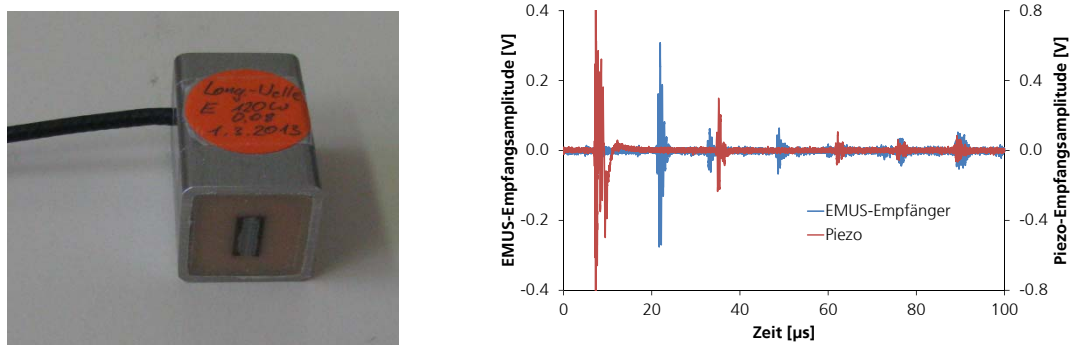
### 2.2.2 Lösung

Wird ein ferromagnetisches Objekt einem Magnetfeld ausgesetzt ändert es seine Geometrie. Dieser Effekt wird als Magnetostriktion bezeichnet. Er kann und wird für eine effiziente elektromagnetische Ultraschallwandlung genutzt. Um eine senkrecht eingeschallte Longitudinalwellen anregen bzw. Abgreifen zu können, müssen auf der Testkörperoberfläche Normalkräfte induziert werden. Diese können nach dem vorgeschlagenen Konzept wie folgt erreicht werden: Um einen ferromagnetischen Spulenkern (z.B. aus Transformatorblechen) wird eine Spule gewickelt. Diese Spule wird mit einer geringen Abhebung auf der Testkörperoberfläche positioniert und zusätzlich einem senkrechten, statischen oder quasistatischen Magnetfeld  $B_0$  ausgesetzt (Abbildung 5 links). Die statische oder quasistatische Magnetisierung kann durch ein Permanentmagnet oder eine Elektromagnet mit entsprechender Ansteuerung erzeugt werden. Wird die HF-Spule mit einem oszillierenden Wechselstrom angesteuert, wird das senkrecht in die Testkörperoberfläche eindringende statische Magnetfeld mit dem Wechselfeld  $B_{HF}$  moduliert (Abbildung 5 rechts). D.h. in der Oberfläche ist ein mit dem Spulenstrom oszillierendes Magnetfeld eingepägt. Da die Amplitude des Magnetfeldes variiert, verändert sich auch die geometrische Formänderung aufgrund der Magnetostriktion im magnetfelddurchflossenen Oberflächenbereich des Testkörpers. Mechanische Dehnungen und Stauchungen wirken als Quellen von Normalkräften und somit schließlich als Quelle einer longitudinal polarisierten Ultraschallwelle, die mit der Frequenz des Spulenstromes schwingt und sich senkrecht zur Testkörperoberfläche in das Volumen hinein ausbreitet.

Ein nach diesen neuen Wandlerkonzept aufgebauten EMUS-Longitudinalwellenempfänger ist in Abbildung 6 (links) dargestellt. Das Signal-Rausch-Verhältnis sowie die erzielte Qualität der Empfangssignale ist mit einem Piezowandler vergleichbar Abbildung 6 (rechts).



**Abbildung 5.** schematischer Wandleraufbau (links) und Überlagerung des statischen Magnetfeldes  $H_0$  und des Wechselfeldes  $H_{HF}$  in der Testkörperoberfläche (rechts)



**Abbildung 6.** EMUS-Longitudinalwellen-Empfänger (links) und US-A-Bild (rechts): Impuls-Echo-Signale (empfangen mit Piezowandler, rot) und Impuls-Transmissionssignale (empfangen mit neuem EMUS-Longitudinalwellen-Empfänger, blau) bei 2.25 MHz Arbeitsfrequenz



## 2.3 EMUS-Wandler für geführte Wellen mit einstellbarer Spurwellenlänge

### 2.3.1 Problemstellung

Zur zerstörungsfreien Werkstoffprüfung können so genannte geführte Ultraschallwellenmoden genutzt werden. Diese geführten Wellenmoden haben die Eigenschaft, dass sie sich über größere Distanzen mit einer geringen Dämpfung bzw. Schwächung ausbreiten können. Deshalb werden sie in der ZFP auch in der langreichweitigen Ultraschallprüfung eingesetzt.

Geführte Wellenmoden bilden sich immer dann aus, wenn die durch die räumliche Begrenzung des Testkörpers nicht mehr von einem unendlich ausgedehnten Volumenkörper gesprochen werden kann. Hierzu zählt z.B. schon eine frei Oberfläche an der sich Oberflächenwellen, auch unter dem Begriff Rayleigh Wellen bekannt, ausbreiten können. Reduziert sich das Testkörpervolumen weiter zu einer Platte oder einem Stab mit einer Dicke bzw. einem Durchmesser in der Größenordnung der Ultraschallwellenlängen, so können Plattenwellenmoden bzw. Stabwellenmoden angeregt werden. In Platten spricht man dann von Lambwellenmoden und geführten SH-Wellenmoden und in Stäben von longitudinalen Stabwellenmoden, Torsionswellenmoden und Biegewellenmoden. In Rohren erhält man ganz ähnlich Moden wie in Platten, da sich die Rohrwand als aufgerollte Platte vorgestellt werden kann [6, 7].

EMUS-Prüfköpfe bieten für die Anregung geführter Wellen den Vorteil, dass neben der Arbeitsfrequenz zusätzlich eine Spurwellenlänge in den Wellenleiter eingepreßt werden kann. Dadurch ist es möglich einen wohl definierten Arbeitspunkt im Dispersionsdiagramm einzustellen und somit selektiv einen bestimmten, ausgewählten Mode anzuregen. Durch die definierte Auswahl eines bestimmten geführten Wellenmodes wird die Auswertung der Empfangssignale deutlich vereinfacht und Fehlinterpretationen reduziert.

Nach dem aktuellen Stand der Technik ist die Spurwellenlänge eines EMUS-Wandlers eine geometrisch Größe, die bei der Wandler Auslegung und Konstruktion festgelegt wird. Sollen für eine Prüfaufgabe mehrere Spurwellenlängen eingesetzt werden, müssen die Prüfköpfe getauscht werden. Dadurch entstehen zusätzlichen Einrichtarbeiten und auch eine erneute exakte Positionierung muss vorgenommen werden, insbesondere wenn es darum geht exakte Laufzeiten bestimmen zu müssen.

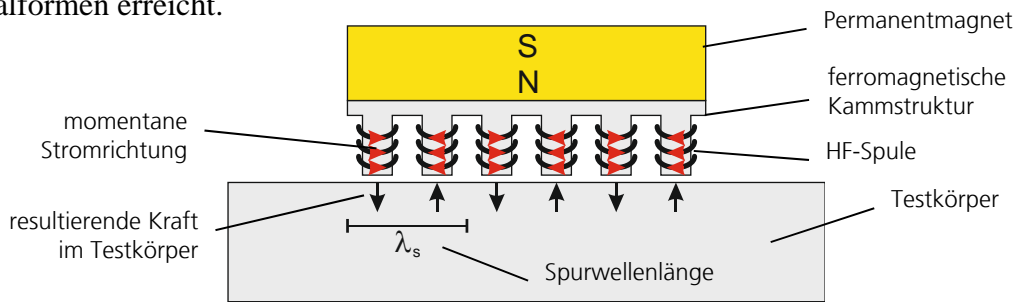
### 2.3.2 Problemlösung/ Beschreibung

Die Grundidee zu einem EMUS-Wandler mit variabler Spurwellenlänge besteht darin die Wandlerspule zu segmentieren und über einfaches elektrisches Verschalten so zusammenzuschließen, dass die periodische, räumliche Krafteinprägung im Testkörper (= Spurwellenlänge) einstellbar wird. Da allein das elektrische Verschalten der Spulensegmente die Spurwellenlänge ändert, handelt es sich nicht um einen Phased-Array-Ansatz trotz segmentierter Spule. Eine Ansteuerung der Spulensegmente mit einer Amplitudenbelegung und/oder Zeitverzögerung ist nicht Gegenstand der vorgeschlagenen Problemlösung.

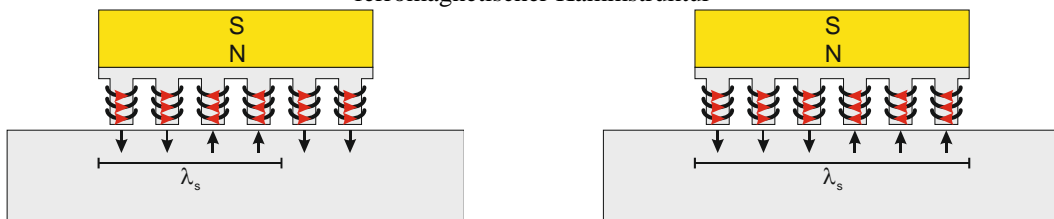
Am Beispiel eines EMUS-Sendewandlers mit ferromagnetischer Kammstruktur als Spulenträger wird die Wirkweise der vorgeschlagenen Problemlösung beschrieben. Der Ansatz ist genauso auch für Empfangswandler und andere EMUS-Wandlerkonzepte übertragbar: Abbildung 7 zeigt den schematischen Aufbau eines solchen EMUS-Wandlers. Üblicherweise werden alle Kammzähne mit einem zusammenhängenden Drahtstück durchgehend mit alternierendem Wickelsinn bewickelt. Dadurch ergeben sich in den Kammzähnen auch abwechselnde Stromrichtungen, die letztendlich in der Testkörperoberfläche räumlich alternierende Normalkräfte einprägen und damit die Spurwellenlänge festlegen. Bewickelt man nun die Kammstruktur nicht durchgehend mit einem Drahtstück sondern jeden Kammzahn einzeln, kann die Stromrichtung in jedem

Spulensegmente durch die Art der elektrischen Verschaltung beeinflusst werden. Erfolgt die Verschaltung wiederum so, dass in aufeinander folgenden Kammzähnen sich die Stromrichtung jeweils umkehrt ergibt sich die gleiche Kräfteinprägung und Spurwellenlänge wie in Abbildung 7. Werden dagegen die Spulensegmente so zusammengeschlossen, dass immer zwei benachbarte Kammzähne die gleiche Stromrichtung aufweisen, verändert sich auch die in den Testkörper eingeprägte Kraftverteilung: Die Spurwellenlänge hat sich gegenüber der ersten Konfiguration verdoppelt (siehe Abbildung 8 links). Werden immer drei benachbarte Spulensegmente mit der gleichen Stromrichtung durchflossen, erhält man die dreifache Spurwellenlänge gegenüber der Ausgangskonfiguration (siehe Abbildung 8 rechts).

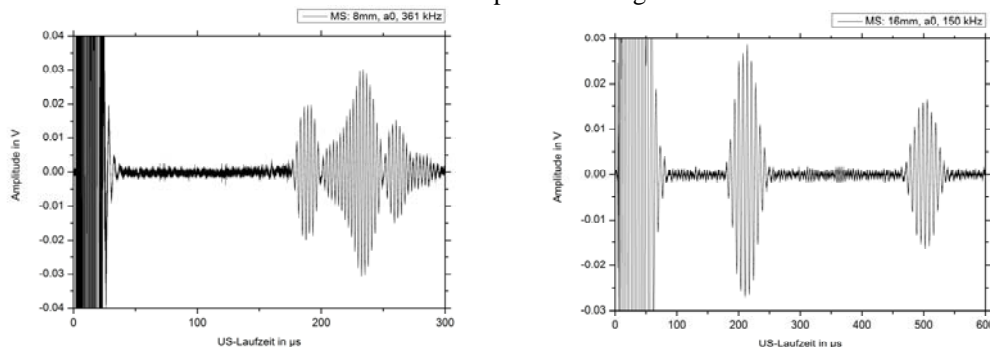
Eine experimentelle Erprobung des Wandlerkonzeptes zeigt, dass die unterschiedliche Spurwellenlängen (und Arbeitsfrequenzen) eingestellt werden können und somit selektiv Arbeitspunkte auf den Dispersionskurven ausgewählter geführter Wellenmoden ausgewählt werden können. Abbildung 9 zeigt A-Bilder von Impuls-Transmissionsmessungen mit a<sub>0</sub>-Moden von Lambwellen. Die Spurwellenlänge wurde auf 8 mm (links) bzw. 16 mm (rechts) eingestellt. Zum Vergleich werden in Abbildung 10 die Ergebnisse dergleichen Versuchsanordnung, die von Wandlern mit fest vorgegebener Spurwellenlänge stammen, gegenüber gestellt, bis auf Pegelunterschiede werden gleiche Signalformen erreicht.



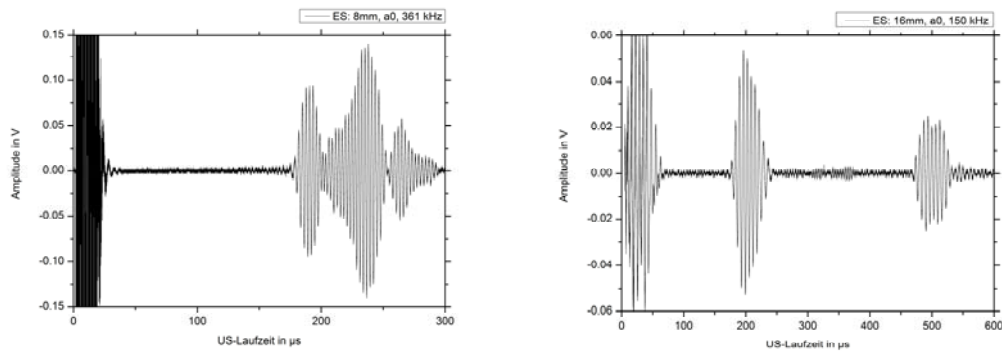
**Abbildung 7.** schematischer EMUS-Wanderaufbau mit Permanentmagnetisierung und Spule auf ferromagnetischer Kammstruktur



**Abbildung 8.** schematischer EMUS-Wanderaufbau mit Permanentmagnetisierung und segmentierter Spule auf ferromagnetischer Kammstruktur: geänderte Ansteuerung der Spulensegmente zur Variation der resultierenden Spurwellenlänge



**Abbildung 9.** US-A-Bild für Impuls-Transmissions-Signale an einer 10 mm Stahlplatte mit a<sub>0</sub>-Moden mit unterschiedlich eingestellten Spurwellenlänge: 8 mm (links) und 16 mm (rechts)



**Abbildung 10.** US-A-Bild für Impuls-Transmissions-Signale an einer 10 mm Stahlplatte mit a<sub>0</sub>-Moden mit fester Spurwellenlänge: 8 mm (links) und 16 mm (rechts)

### 3. Zusammenfassung

Um die Vorteile der EMUS-Technik gegenüber der konventionellen piezoelektrischen Prüftechnik umfassend nutzen zu können, ist eine sorgfältige Anpassungen und Optimierungen an das jeweilige Prüfproblem notwendig. Dieser Beitrag hat exemplarisch neue Wandlerkonzepte aufgezeigt, die neue Prüfaufgabe erschließen:

- Aus dem Bereich der langreichweitigen Ultraschallprüfung/ geführte Wellen wurde ein Prototyp gezeigt, der es ermöglicht, die Spurwellenlänge, d.h. die Periodizität der Krafteinwirkung an die Prüfaufgabe anzupassen ohne den Wandler auszutauschen.
- Für die Werkstoffcharakterisierung (z.B. Spannungsmessung/Texturmessung in Blechen) können linear polarisierte, senkrecht eingeschallte Transversalwellen genutzt werden. Dabei werden die Geschwindigkeiten der senkrecht und parallel zur Spannungs-/ Texturrichtung polarisierten Ultraschallsignale ausgewertet. Eine Neuentwicklung erlaubt es, die Polarisationsrichtung zu drehen ohne den Wandler mechanisch bewegen zu müssen.
- Die Erfahrung hat gezeigt, dass die Wandlungseffektivität der EMUS-Technik gegenüber Longitudinalwellen eingeschränkt ist. Durch ein neues Wandlerkonzept ist es nun gelungen, einen für praktische Anwendungen einsetzbaren Empfangswandler für Longitudinalwellen zu entwickeln und aufzubauen. Erst mit dieser Neuentwicklung ist es möglich, die koppelmittelfreien Ultraschalltechniken EMUS und Luft-US vorteilhaft zu kombinieren.

### Referenzen

- [1] Hirao, M. and Ogi, H. (2003), EMATS for Science and Industry (Kluwer Academic Publishers)
- [2] Igarashi, B., Alers, G. A., "Excitation of Bulk Shear Waves in Steel by Magnetostrictive Coupling", IEEE Ultrasonic Symposium Proceedings (1998) 893-896
- [3] Niese, F., Yashan, A., Willems, H., "Wall Thickness measurement Sensor for Pipeline Inspection using EMAT Technology in Combination with Pulsed Eddy Current and Magnetic Flux leakage", 9<sup>th</sup> European Conference on NDT 2006, Berlin
- [4] Murray, P.R., Dewhurst, R.J.: "Application of a laser/EMAT system for using shear and LS mode converted waves" in *Ultrasonic* 40 (2002) 771-776
- [5] Pereira Da Cunha, Jordan, J.W.: "Improved Longitudinal EMAT Transducer for Elastic Constant Extraction" in Proceedings of the IEEE International Frequency Control Symposium and Exposition 2005, art. no. 1573969, pp. 426-432
- [6] Viktorov, I.A.: Rayleigh and Lamb waves: Physical theory and applications  
New York : Plenum Press, 1967. (Ultrasonic technology - a series of monographs).
- [7] Achenbach, J.D.: Wave propagation in elastic solids  
Amsterdam; New York; Oxford; Tokyo: North-Holland, 1973. (North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics; 16). - ISBN 0-7204-0325-1